

VALJ

9. razred

NEKAJ PRIMEROV IZ VSAKDANJEGA ŽIVLJENJA. POZNAŠ VSE?

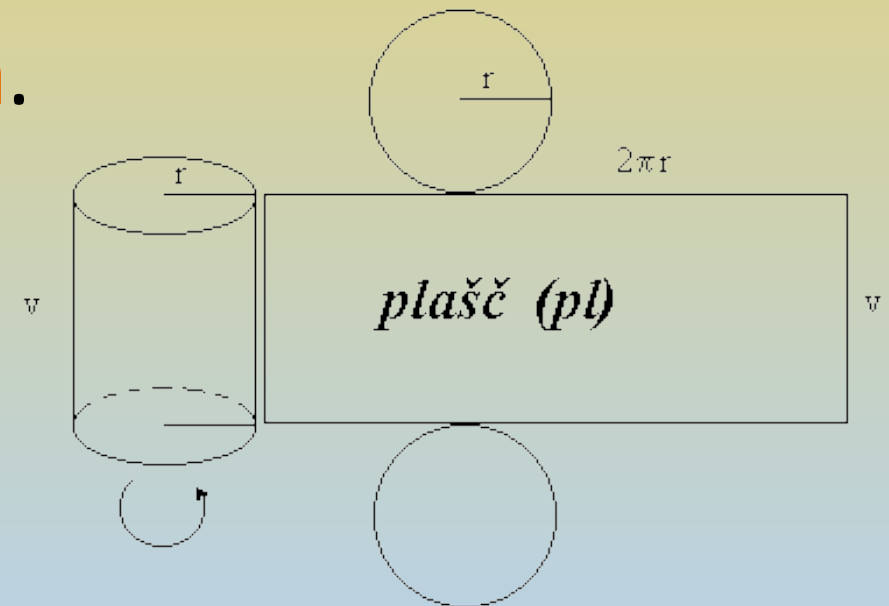


OSNOVNE LASTNOSTI VALJA

- Valj je okroglo geometrijsko telo.

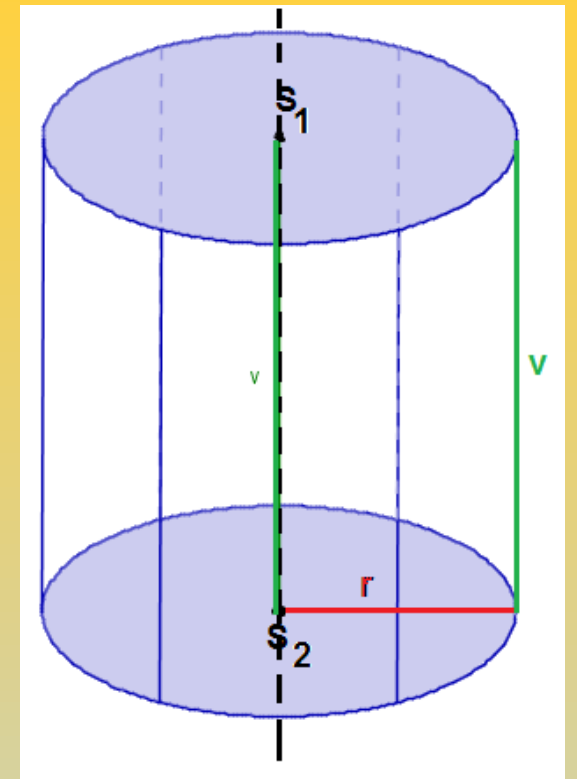
Ima:

- **dve osnovni ploskvi**, ki imata obliko **kroga** ter
- **plašč**, ki ima obliko **pravokotnika**.



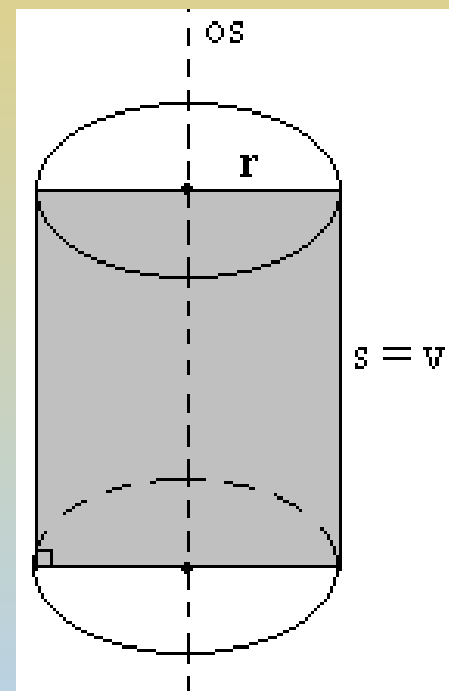
OSNOVNI POJMI V VALJU

- S_1, S_2 središči osnovnih ploskev
- r polmer osnovne ploskve
- $s = v$ višina = stranskemu robu
-
- O_s premica, ki poteka skozi središči osnovnih ploskev.



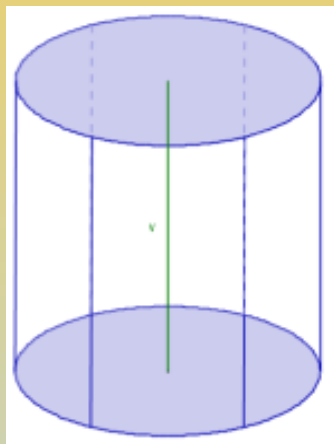
Kaj dobimo, če valj presekamo?

- Če valj presekamo, dobimo osni presek, ki ima obliko **pravokotnika** z dolžino **$2r$** in širino **v** .



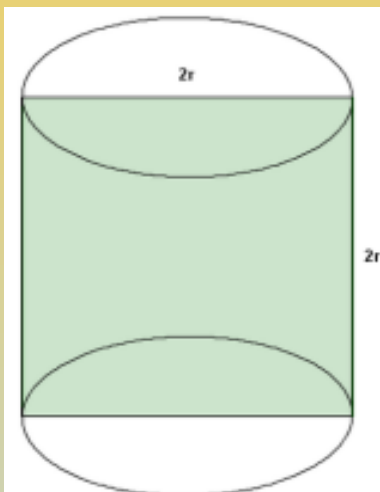
VRSTE VALJEV

POKONČNI



$$v = s$$

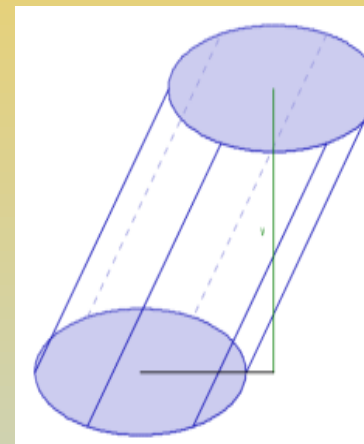
ENAKOSTRANIČNI



$$v = 2r$$

(višina je enaka
premeru osnovne ploskve)

POŠEVNI



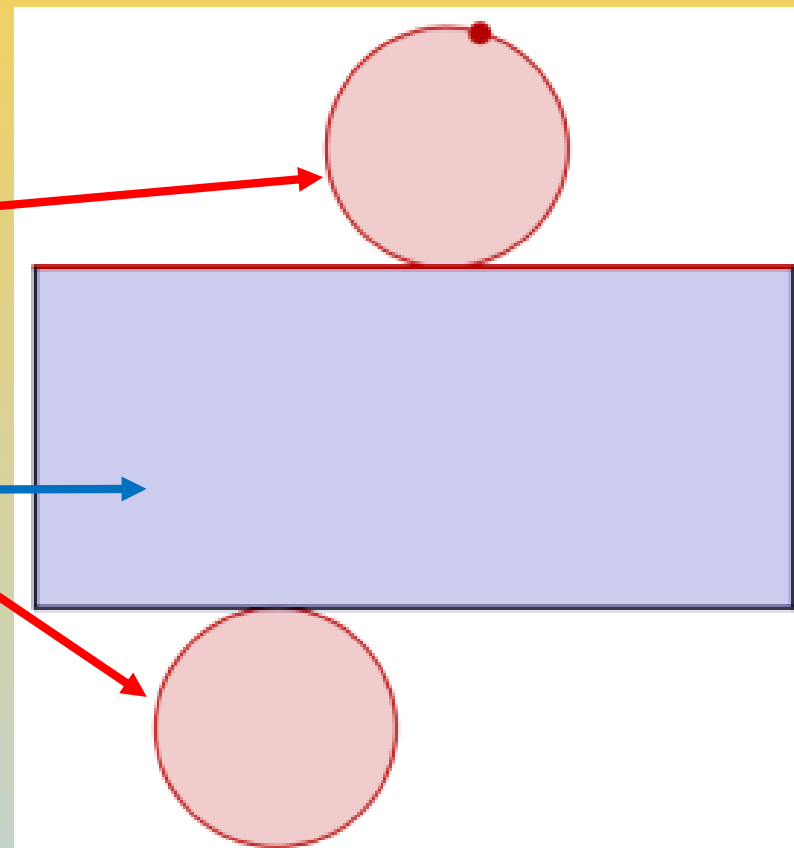
$$v \neq s$$

MREŽA VALJA

Sestavljajo jo:

2 OSNOVNI PLOSKVI (kroga)

PLAŠČ (pravokotnik)



Nariši mrežo valja na papir, jo izreži in nalepi v zvezek tako, da bo gibljiva.

POVRŠINA VALJA

Izračunam ploščini osnovnih ploskev in plašča.

Osnovni ploskvi sta kroga, zato ploščino

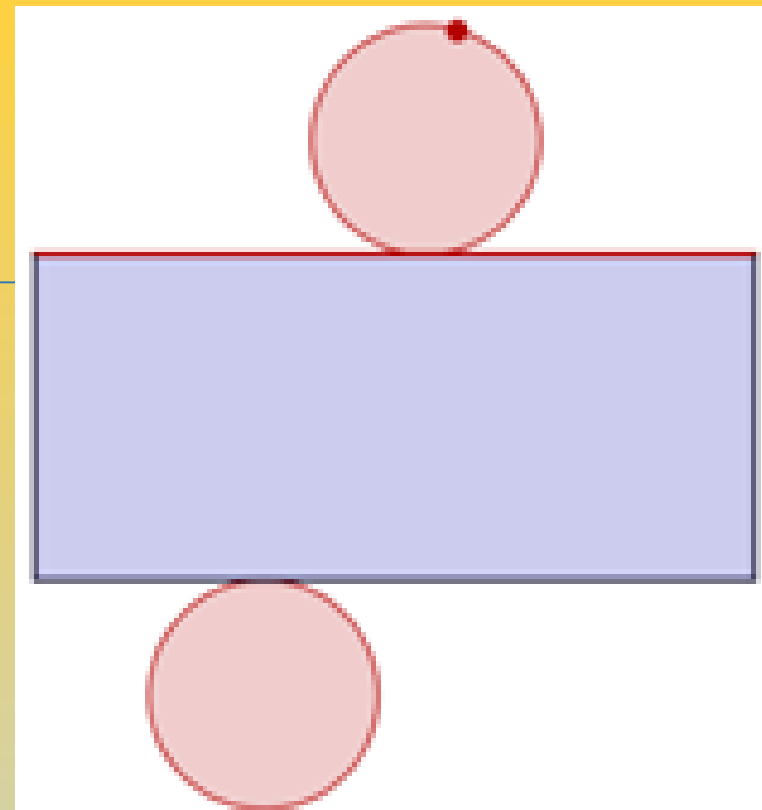
ENE osnovne ploskve izračunam po enačbi

$$O = \pi \cdot r^2 .$$

Plašč je pravokotnik . Izračunam ga tako: $pl = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$

OBSEG KROGA

VIŠINA



Sedaj združim vse enačbe in zapišem splošno enačbo za **površino valja**.

$$O = \pi r^2$$

$$pl = o \cdot v = 2\pi r \cdot v$$

$$\begin{aligned} P &= 2O + pl = \\ P &= 2\pi r^2 + 2\pi r v \\ P &= 2\pi r(r + v) \end{aligned}$$

(IZPOSTAVIM SKUPNI FAKTOR, DA DOBIM „PREGLEDNEJŠI“ ZAPIS ENAČBE.)

SKUPAJ REŠIMO NEKAJ PRIMEROV

- 1. PRIMER

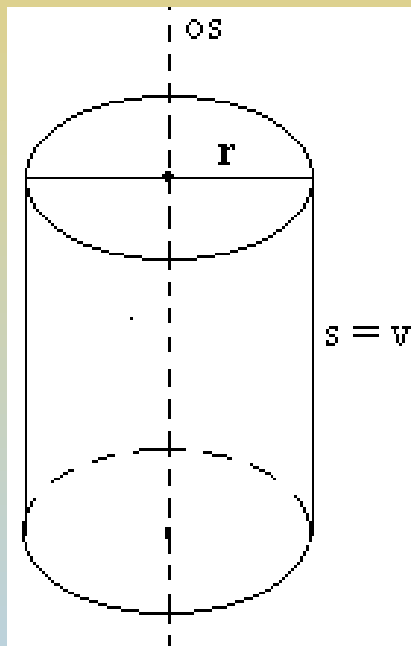
Kolikšna je površina valja s polmerom osnovne ploskve 2 cm in višino 3 cm?

PODATKI:

$$r = 2 \text{ cm}$$

$$v = 3 \text{ cm}$$

SKICA:



Zapišem enačbo za površino valja.

$$P = 2\pi r(r + v)$$

Vstavim podatke in izračunam.

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 2(2 + 3)$$

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 5$$

$$P = 20\pi \text{ cm}^2$$

- 2. PRIMER

Plašč 8 cm visokega valja meri $56\pi \text{ cm}^2$. Kolikšna je ŠIRINA valja?

Koliko meri njegova površina?

PODATKI:

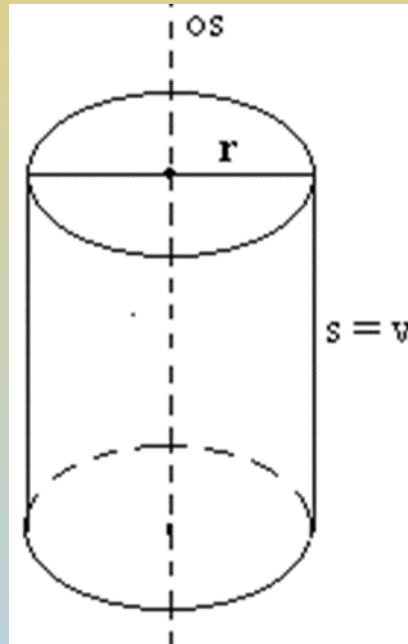
$$p_l = 56\pi \text{ cm}^2$$

$$v = 8 \text{ cm}$$

$$2r = ?$$

$$P = ?$$

SKICA:



- Širina je enaka premeru osnovne ploskve, torej (2r).
- Najprej iz obrazca za plašč valja izrazim polmer osnovne ploskve.

$$pl = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$$

$$r = \frac{pl}{2 \cdot \pi \cdot v}$$

$$r = \frac{56\pi}{2 \cdot \pi \cdot 8}$$

KRAJŠAM!

$$r = \frac{56}{16}$$

$$r = 3,5 \text{ cm}$$

Premer kroga oz. širina osnovne ploskve je tako 7 cm (2r).

- Sedaj izračunamo še površino.

Podatke vstavimo v enačbo za površino valja: **$P = 2\pi r(r + v)$**

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 3,5(3,5 + 8)$$

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 3,5 \cdot 11,5$$

$$P = 80,5\pi \text{ cm}^2$$

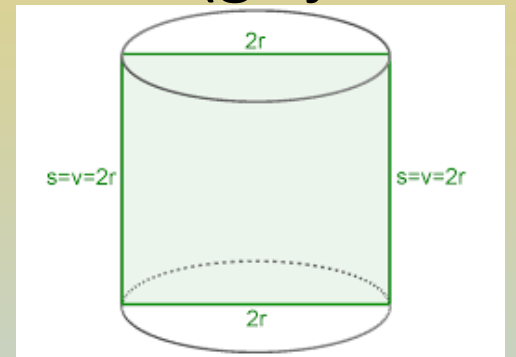
• 3. PRIMER

V enakostraničnem valju meri diagonalna osnega preseka $4\sqrt{2}$ cm. Koliko meri površina tega valja?

Osni presek enakostraničnega valja je KVADRAT. Torej imamo podano diagonalo kvadrata.

Iz enačbe za diagonalo kvadrata lahko takoj izrazimo dolžino stranice kvadrata, ki v primeru valja predstavlja premer osnovne ploskve (glej skico).

$$\begin{aligned}d &= a \cdot \sqrt{2} \\4 \cdot \sqrt{2} &= a \cdot \sqrt{2} \\4 &= a\end{aligned}$$



Premer ($2r$) je v primeru enakostraničnega valja enak a , torej 4 cm.

$$\begin{aligned}2r &= 4 \text{ cm} \\r &= 2 \text{ cm}\end{aligned}$$

- Sedaj izračunam še površino valja.
- Najprej izpeljimo enačbo:

$$P = 2\pi r(r + v)$$

V enakostraničnem valju je $2r = v$, zato lahko zapišem:

$$P = 2\pi r(r + 2r)$$

$$P = 2\pi r(3r)$$

$$P = 6\pi r^2$$

DOBIL SI SPLOŠNO
ENAČBO ZA IZRAČUN
POVRŠINE
ENAKOSTRANIČNEGA
VALJA.

Vstavim podatke:

$$P = 6\pi 2^2$$

$$P = 24\pi \text{ cm}^2$$

PROSTORNINA VALJA

- Prostornino valja izračunam podobno, kot prostornino prizme.

$$V = O \cdot v$$

- Osnovna ploskev valja je krog, zato namesto O vstavim enačbo za ploščino kroga.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v$$

SKUPAJ REŠIMO ŠE EN PRIMER

- PRIMER

V valju s prostornino $112\pi \text{ cm}^3$ meri polmer osnovne ploskve 4 cm. Kako visok je valj?

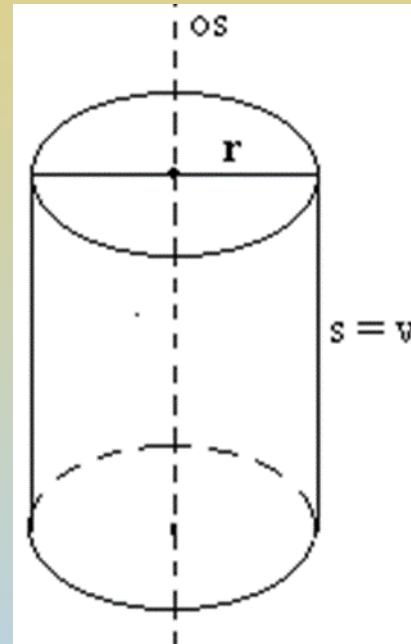
PODATKI:

$$V = 112\pi \text{ cm}^3$$

$$r = 4 \text{ cm.}$$

$$v = ?$$

SKICA:



- Iz enačbe za prostornino valja bomo izrazili njegovo višino.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v$$

$$v = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$v = \frac{112\pi}{\pi \cdot 4^2}$$

$$v = \frac{112}{16} = 7 \text{ cm}$$

VAJA

- V učbeniku na strani 222 reši zgleda 2 in 3. Če imaš težave, si pomagaj z rešitvami.
- V učbeniku na strani 225 reši zgleda 1 in 2. Če imaš težave, si pomagaj z rešitvami.
- Nato nadaljuj z nalogami na učnem listu v priloženi datoteki.