

# GEOMETRIJSKA TELESA

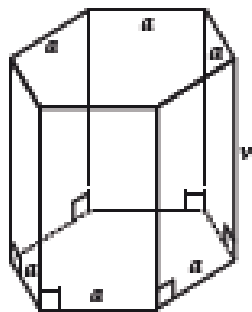
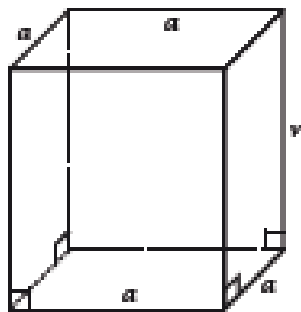
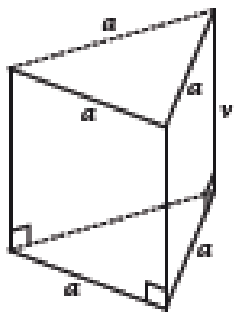
9. razred

**Najprej na naslednjih treh  
prosojnicah poglej rešitve oz.  
preveri, če si pravilno oblikoval  
zapiske prejšnjega tedna.**

# PRIZMA JE LAHKO...

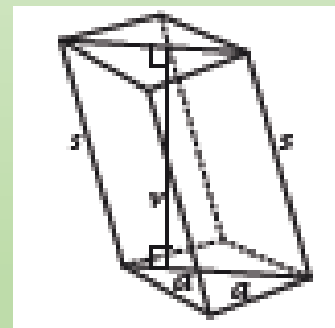
- **Pokončna**

Vsi stranski robovi so enako dolgi in pravokotni na osnovno ploskev.



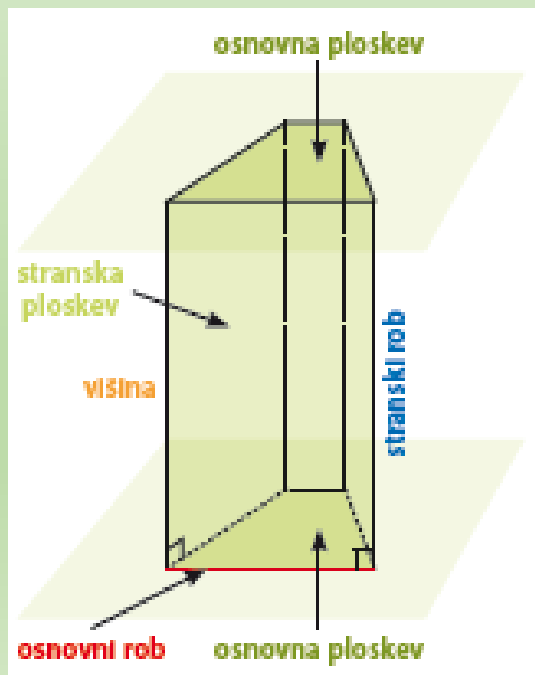
- **Poševna**

Stranski robovi niso pravokotni na osnovno ploskev.



# PRIZMA

- **Pokončna prizma** je oglato geometrijsko telo, ki ima dve skladni vzporedni osnovni ploskvi (poljubna n-kotnika), plašč pa sestavlja n pravokotnikov.
- Če je osnovna ploskev pravilni n-kotnik, pravimo, da je prizma **pravilna**.



**Osnovni ploskvi (O)** prizme sta skladna n-kotnika, ki ležita na vzporednih ravninah.

**Osnovni robovi (a)** so stranice n-kotnika, ki predstavlja osnovno ploskev prizme.

**Stranske ploskve** so pravokotniki.

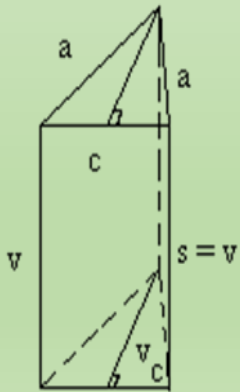
**Višina prizme (v)** je razdalja med vzporednima ravninama osnovnih ploskev.

**Stranski rob (s)** je rob, kjer se stikata dve sosednji stranski ploskvi. Vsi stranski robovi prizem so skladni.

# Poimenovanje prizem:

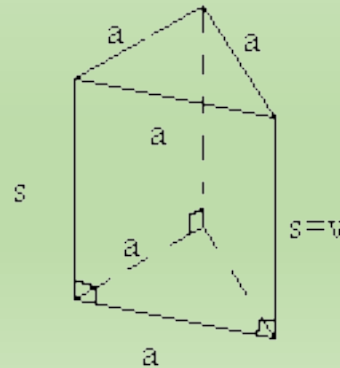
- **Tristrana**

Osnovna ploskev je poljuben trikotnik.



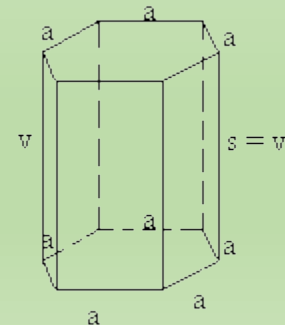
- **Pravilna tristrana**

Osnovna ploskev je enakostranični trikotnik.



- **Pravilna šeststrana**

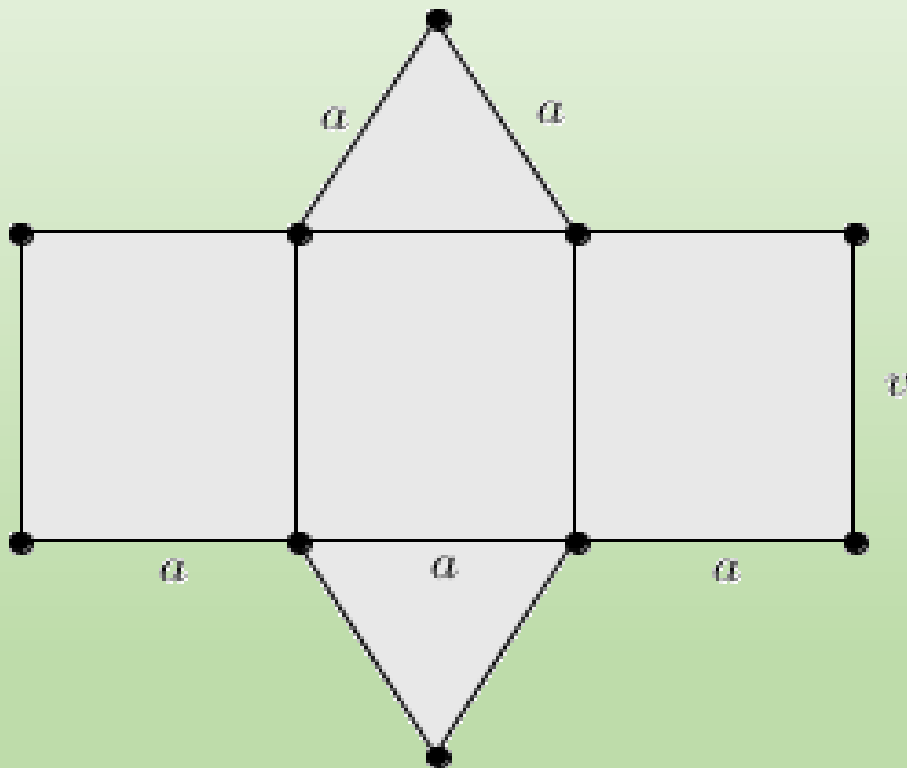
Osnovna ploskev je pravilni šestkotnik.



SEDAJ SLEDI NOVA SNOV:  
**POVRŠINA PRIZME**

- Na papir nariši mrežo pravilne tristrane prizme z osnovnim robom 3 cm in višino 5 cm. Nastalo prizmo nato izreži iz papirja in nalepi v zvezek tako, da boš prilepil le eno od osnovnih ploskev, ostalo naj bo »gibljivo«. Postopek načrtovanja je opisan tudi v i učbeniku, ki naj ti bo v pomoč.  
<https://eucbeniki.sio.si/mat9/909/index1.html>
- V učbeniku najdeš to snov na straneh 211-217.

Narisal si MREŽO PRIZME in jo prilepil v zvezek.  
Mreža izgleda takole:



Mrežo prizme sestavljata:

- **PLAŠČ**

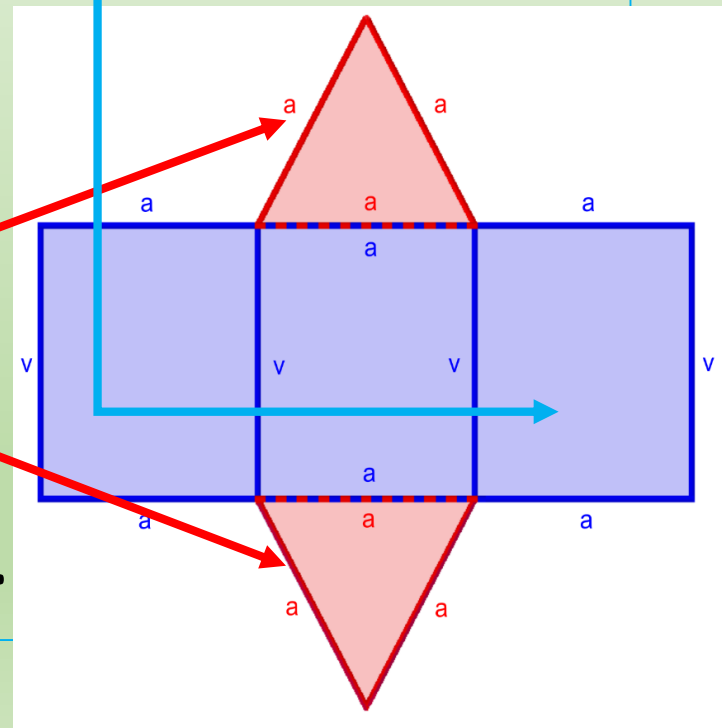
(sestavljen je iz  $n$  pravokotnikov)

Označimo ga z **pl** (mali pisani črki).

- **OSNOVNI PLOSKVI**

(v našem primeru sta to enakostranična trikotnika)

Označimo jo z **O** (velik pisan o).

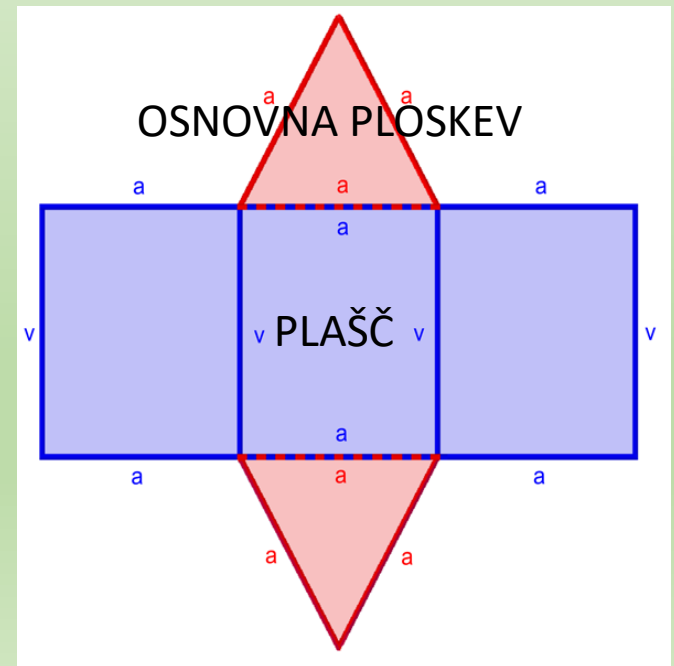




# IZRAČUN POVRŠINE PRIZME

- Ker prizmo sestavljata dve osnovni ploskvi in plašč, njeno površino izračunam tako, da seštejem ploščine obeh osnovnih ploskev ( $O$ ) in plašča ( $pl$ ). Površino označimo z veliko črko  $P$ .

$$P = 2 \cdot O + pl$$

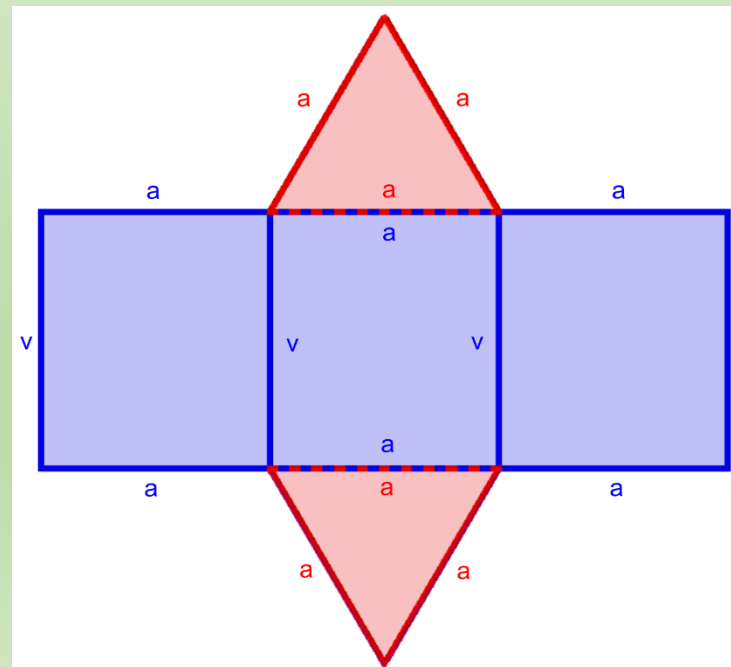


# POGLEJMO PRIMER NAŠE PRAVILNE TRISTRANE PRIZME:

- Osnovna ploskev je v našem primeru enakostranični trikotnik. Zato ploščino osnovne ploskve izračunam po enačbi:

$$O = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

PLOŠČINA ENEGA  
ENAKOSTRANIČNEGA TRIKOTNIKA



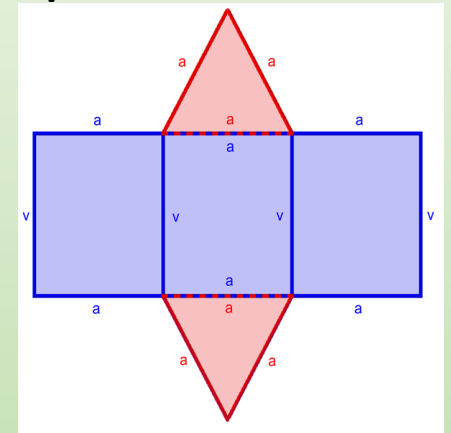
- Plašč naše prizme sestavljajo trije pravokotniki. Če pa plašč gledam kot celoto, je to en velik pravokotnik, z dolžino  $3a$  in širino  $v$ . Zato ploščino plašča splošno izračunam po enačbi:

$$pl = o \cdot v$$

OBSEG OSNOVNE PLOSKVE

(mali pisan o)

VIŠINA



V našem primeru je obseg osnovne ploskve  $3a$ , zato lahko zapišem:

$$pl = 3 \cdot a \cdot v$$

Površino naše pravilne tristrane prizme tako izračunam po enačbi:

$$P = 2 \cdot 0 + pl$$

KER PRIZMO  
SESTAVLJATA DVE  
OSNOVNI PLOSKVI.

$$P = 2 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot a \cdot v$$

Vstavim podatke:  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $v = 5 \text{ cm}$ :

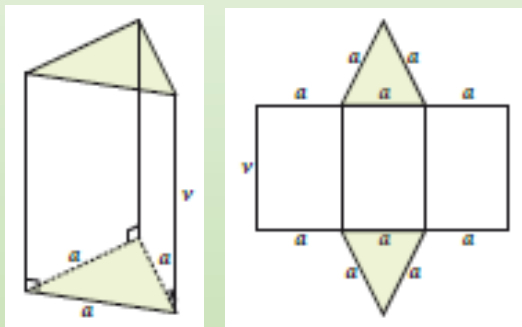
$$P = 2 \cdot \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$P = (4,5\sqrt{3} + 45) \text{ cm}^2$$

# IZPELJAVA OBRAZCEV ZA NEKAJ PRIZEM:

## × Pravilne prizme

### • Tristrana

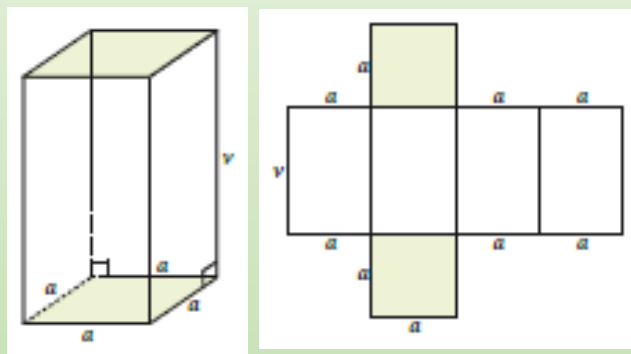


$$O = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$pl = 3 \cdot a \cdot v$$

$$P = 2 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot a \cdot v$$

### • Štiristrana

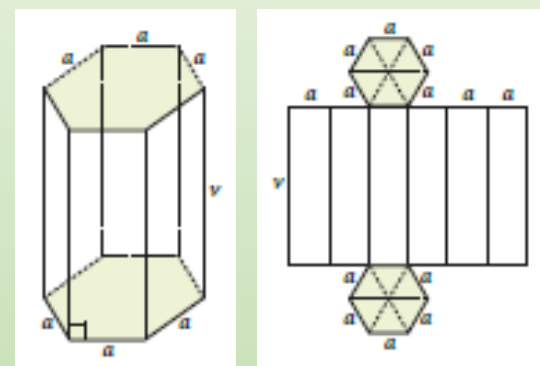


$$O = a^2$$

$$pl = 4av$$

$$P = 2a^2 + 4av$$

### • Šeststrana



$$O = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$pl = 6 \cdot a \cdot v$$

$$P = 2 \cdot 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot a \cdot v$$

Enačb se ne uči na pamet. Poznati moraš osnovne enačbe za izračun ploščine in obsega likov, ostalo vedno lahko izpelješ. Za osvežitev spomina prilagam še tabelo z vsemi enačbami 😊.

## OBRAZCI V GEOMETRIJI

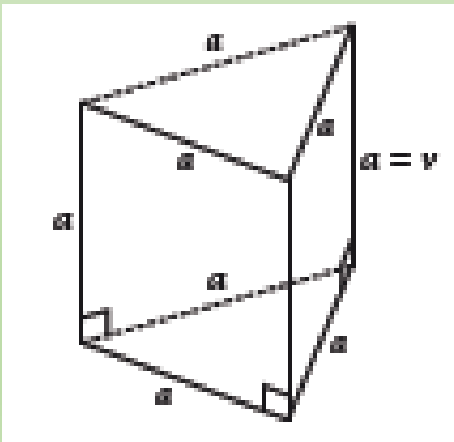
‡

GEOMETRIJSKI LIKI	OBSEG ( $o$ )	PLOŠČINA ( $p$ )
<b>Trikotnik</b> (stranice $a, b, c$ ; višine $v_a, v_b, v_c$ )	$o = a + b + c$	$p = \frac{av_a}{2} = \frac{bv_b}{2} = \frac{cv_c}{2}$
<b>Enakostranični trikotnik</b> (stranica $a$ )	$o = 3a$	$p = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
<b>Paralelogram</b> (stranici $a, b$ ; višini $v_a, v_b$ )	$o = 2(a + b)$	$p = av_a = bv_b$
<b>Romb</b> (stranica $a$ ; višina $v$ ; diagonali $e, f$ )	$o = 4a$	$p = av = \frac{ef}{2}$
<b>Trapez</b> (osnovnici $a, c$ ; kraka $b, d$ ; višina $v$ )	$o = a + b + c + d$	$p = \frac{a+c}{2} v$
<b>Krog</b> (polmer $r$ )	$o = 2\pi r$	$p = \pi r^2$
<b>Kvadrat</b> (stranica $a$ )	$o = 4 \cdot a$	$p = a^2$
<b>Pravokotnik</b> (stranici $a$ in $b$ )	$o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	$p = a \cdot b$

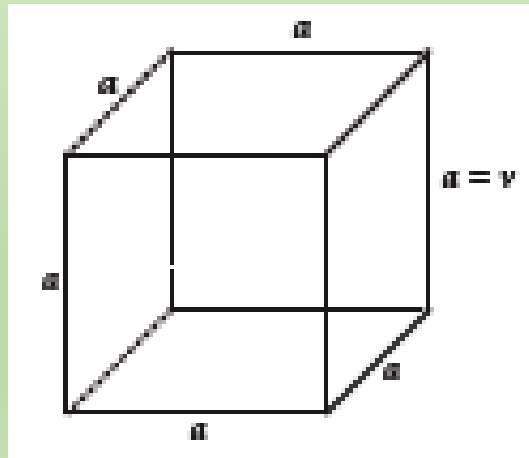
□

- **Enakorobe prizme** so prizme, ki imajo vse robove enako dolge. Pri računanju površine upoštevaj dejstvo, da je  $a = v$ .

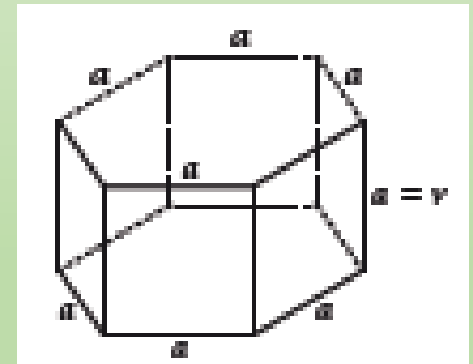
- **Tristrana**



- **Štiristrana**  
(kocka)



- **Šeststrana**





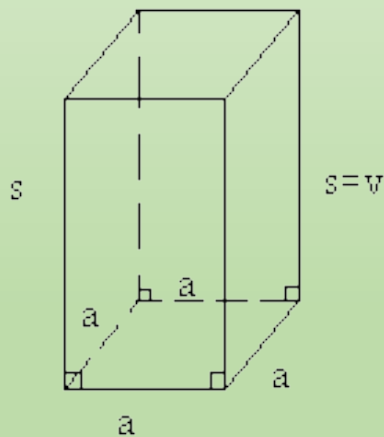
ZA VAJO SKUPAJ REŠIMO 3 PRIMERE:

• **1. PRIMER**

Dana je pravilna štiristrana prizma z osnovnim robom 2 cm in višino 5 cm. Izračunaj njeno površino.

POTEK:

1. Najprej narišem skico:



2. Ker je prizma pravilna in štiristrana, je njena osnovna ploskev kvadrat. Ploščino ENE osnovne ploskve tako izračunam po enačbi  $O = a^2$ .

3. Plašč sestavljajo štiri enaki pravokotniki. Ploščino plašča izračunam po enačbi:  $pl = 4av$ .

4. Izračunam površino.

$$P = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot v$$

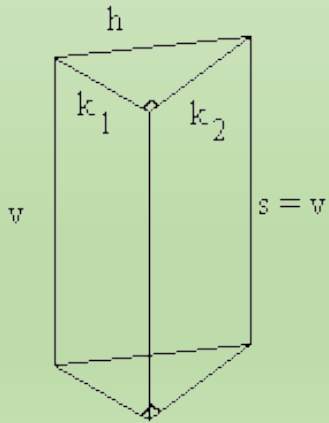
$$P = 2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 \cdot 5$$

$$P = 8 + 40 = 48\text{cm}^2$$

## • 2. PRIMER

Osnovna ploskev tristrane prizme je pravokotni trikotnik s katetama 5 cm in 12 cm. Višina prizme je 20 cm. Izračunaj površino prizme.

1. Narišem skico:



2. Osnovna ploskev je pravokotni trikotnik. Najprej izračunam ploščino osnovne ploskve.

$$O = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

3. Za izračun plašča potrebujem obseg osnovne ploskve, ki ga izračunam po enačbi  $o = a + b + c$ . Zato najprej izračunam dolžino hipotenuze  $c$  po Pitagorovem izreku.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$$

4. Sedaj izračunam plašč:

$$pl = o \cdot v = (a + b + c) \cdot v$$

$$pl = 30 \cdot 20 = 600\text{cm}^2$$

5. Površina prizme torej meri:

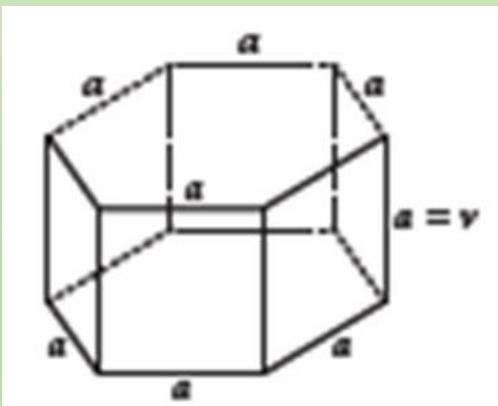
$$P = 2 \cdot O + pl$$

$$P = 2 \cdot 30 + 600 = 660\text{cm}^2$$

### • 3. PRIMER

Izračunaj površino enakorobe šeststrane prizme z osnovnim robom 4 cm.

1. Skica:



2. Osnovna ploskev je pravilen šestkotnik, plašč pa sestavlja šest kvadratov, zato površino izračunam takole:

$$P = 2 \cdot 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot a \cdot a$$

$$P = 3 \cdot 4^2 \sqrt{3} + 6 \cdot 4 \cdot 4$$

$$P = (54\sqrt{3} + 96) \text{cm}^2$$

# PROSTORNINA PRIZME

- Pogledali si bomo, kako izračunamo še prostornino prizme.

Poglejmo si kvader.

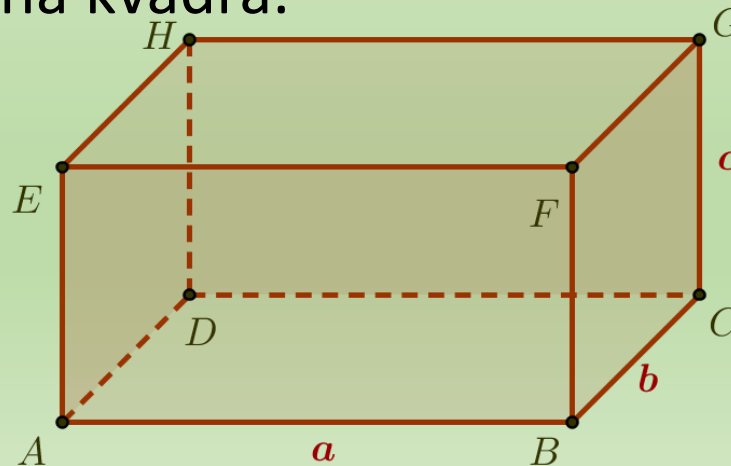
Prostornino kvadra izračunamo tako, da pomnožimo dolžine vseh njegovih stranic.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Če pogledaš skico, ploščina pravokotnika  $a \cdot b$  predstavlja ploščino osnovne ploskve,  $c$  pa je višina kvadra.

Zato bi v splošnem lahko zapisali, da prostornino kvadra izračunamo po enačbi:

$$V = O \cdot v$$





# PROSTORNINA PRIZME

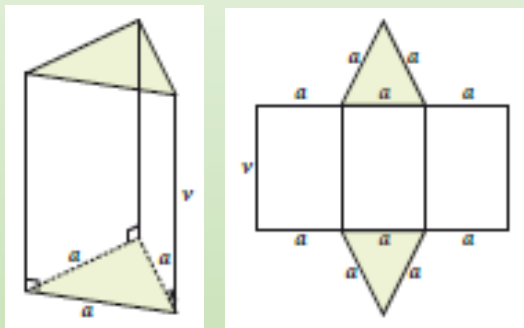
Torej prostornino katerekoli prizme izračunam tako, da ploščino osnovne ploskve pomnožim z višino prizme.

$$V = O \cdot v$$


# IZPELJAVA OBRAZCEV ZA NEKAJ PRIZEM:

## × Pravilne prizme

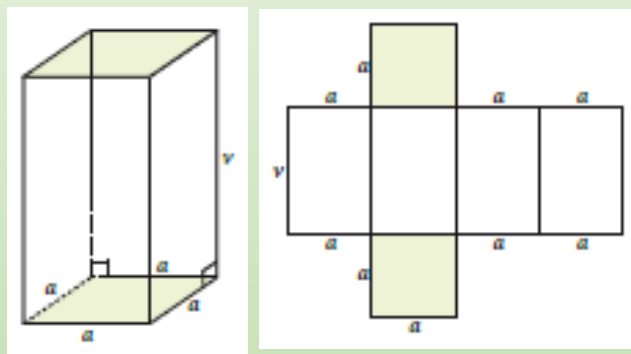
### • Tristrana



$$O = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot v$$

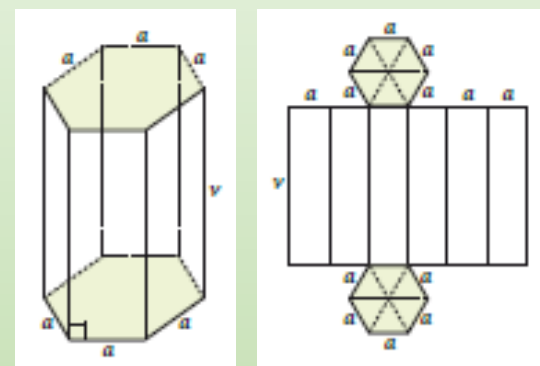
### • Štiristrana



$$O = a^2$$

$$V = a^2 \cdot v$$

### • Šeststrana



$$O = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

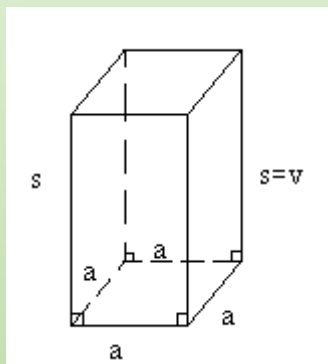
$$V = 6 \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot v$$

# SKUPAJ REŠIMO ŠE NEKAJ PRIMEROV

## 1. PRIMER

Izračunaj prostornino pravilne štiristrane prizme z osnovnim robom 5 cm in višino 10 cm.

1. Narišem skico



2. Zapišem enačbo za prostornino. Ker je osnovna ploskev dane prizme kvadrat, ploščino osnovne ploskve izračunam po enačbi  $a^2$ .

$$V = O \cdot v$$

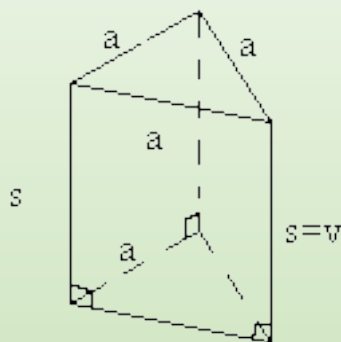
$$V = a^2 \cdot v$$

$$V = 5^2 \cdot 10 = 25 \cdot 10 = 250 \text{ cm}^3$$

## 2. PRIMER

Prostornina pravilne tristrane prizme z osnovnim robom 4 cm, je  $240\sqrt{3}\text{cm}^3$ . Izračunaj njeno višino.

1. Skica



2. V enačbo za prostornino vstavim podatke

$$\begin{aligned}V &= O \cdot v \\V &= \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot v \\240\sqrt{3} &= \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot v \\240\sqrt{3} &= 4\sqrt{3} \cdot v \quad /: 4\sqrt{3} \\60 &= v\end{aligned}$$

Višina prizme meri 60 cm.

Sedaj se vrni na drugi dokument, ki je objavljen na spletni strani in reši naloge, ki smo ti jih pripravile učiteljice. Če imaš težave, nam piši preko portala LOPOLIS.